

A bright yellow sticky note is partially visible on the left side of the image, overlapping the white card.

FORMULASI MODEL

Teori dan Pemodelan Sistem
TIP – FTP – UB
Mas'ud Effendi

Outline

- **PENDAHULUAN**
- **FORMULASI MODEL**
- **FORMULASI MODEL DETERMINISTIK**
- **FORMULASI MODEL STOKASTIK**

Pendahuluan

- Dalam formulasi model, seorang analis dipengaruhi oleh pengalaman dalam bidang profesinya yang dapat berguna sebagai dasar untuk pemodelan.
- Hubungan karakterisasi sistem dan formulasi model dapat berbentuk model matematika sebagai hasil formulasi model.
- Formulasi model berusaha menghubungkan karakterisasi sistem dengan formulasi matematik abstrak yang sesuai.

Definisi

- Formulasi model berkaitan dengan karakterisasi masalah untuk menentukan struktur masalah, sehingga diketahui keterkaitan hubungan antara variabel yang penting dalam penyelesaian masalah.
- Asumsi dasar formulasi model adalah bahwa kegiatan-kegiatan perencanaan, pengorganisasian, pengendalian, dan pengambilan keputusan dalam sistem merupakan suatu proses logis, sehingga hasil itu dapat diungkapkan dalam simbol dan hubungan matematis.

Formulasi Model (1)

- Formulasi model adalah upaya untuk menghasilkan model yang berisikan variabel, kendala, serta tujuan-tujuannya dalam bentuk istilah matematika, sehingga dapat diidentifikasi dengan jelas, mengikuti penyederhanaan matematis, serta siap dimanfaatkan untuk perhitungan dengan substitusi kuantitas bagi lambang-lambang.
- Dengan kata lain, formulasi model adalah perumusan masalah yang dihadapi ke dalam bentuk model matematika yang dapat mewakili sistem nyata.
- Formulasi model menghubungkan variabel-variabel yang telah diidentifikasi dalam model konseptual dengan bahasa simbolik.

Formulasi Model (2)

- Tahapan umum formulasi model
 - Pemilihan variabel yang dilibatkan
 - Pemilihan tingkat agregasi dan kategorisasi
 - Perlakuan terhadap waktu
 - Spesifikasi model
 - Kalibrasi model

Formulasi Model Deterministik

- Sistem deterministic merupakan sistem yang ketidakpastiannya tidak signifikan.
- Formulasi matematika sistem deterministic terbagi dua
 - Formulasi statis adalah formulasi matematika yang melibatkan persamaan aljabar maupun optimasi fungsi dengan satu atau lebih variabel. Variabel-variabel bisa berupa skalar maupun vektor, memiliki nilai yang diskret maupun kontinyu, dan keduanya dapat dibatasi maupun tidak.
 - Formulasi dinamis adalah formulasi matematika yang melibatkan dua tipe variabel, terikat dan bebas. Formulasi digambarkan oleh persamaan yang melibatkan baik turunan variabel terikat terhadap waktu maupun variabel terikat untuk lebih dari satu nilai diskret. Jika formulasi telah menjadi model, variabel bebas disebut waktu dan dinotasikan dengan t .

Formulasi Model Stokastik

- Sistem stokastik merupakan sistem yang ketidakpastiannya signifikan.
- Secara umum, formulasi matematika yang sesuai dengan pemodelan sistem stokastik terbagi dua, yaitu formulasi statis dan formulasi dinamis.
 - Formulasi statis dalam model stokastik adalah formulasi yang termasuk persamaan aljabar atau fungsi dengan satu atau lebih variabel random. Formulasi statis dalam model stokastik dapat berupa dua macam formulasi, yaitu formulasi analisis variansi dan formulasi regresi.
 - Formulasi dinamis dalam model stokastik adalah formulasi matematika dengan variabel bebas t yang mewakili waktu jika digunakan untuk model dinamis yang tidak pasti. Formulasi ini dapat dibedakan menjadi dua tipe, yaitu formulasi markov dan formulasi non-markov.

Model Deterministik: Kasus

- o Pete Nesle adalah perusahaan penghasil sekaligus pengolah susu menjadi keju, mentega, yoghurt, dan susu segar. Perusahaan bertujuan memaksimalkan total keuntungan. Masalah yang dihadapi perusahaan adalah menentukan jumlah relatif masing-masing produk yang dihasilkan sehingga tujuan tercapai.

Model Deterministik: Karakterisasi Sistem (1)

- Tujuan untuk memaksimalkan keuntungan dengan distribusi produk yang berbeda
- Variabel penting adalah interval waktu selama perusahaan memaksimalkan keuntungan
 - Misal: interval waktu (T) cukup besar $\rightarrow T$ dapat didekati dengan tak terhingga \rightarrow sasaran menjadi maksimasi per satuan waktu
 - Jika T tidak cukup besar maka pendekatan tidak cukup valid
- Dalam dunia nyata, variabel-variabel karakterisasi sistem berubah menurut waktu \rightarrow waktu menjadi elemen penting dan sistem diperlakukan sebagai sistem dinamis

Model Deterministik: Karakterisasi Sistem (2)

- Elemen waktu dapat diperlakukan baik diskret maupun kontinyu, namun karakterisasi waktu kontinyu tidak begitu cocok karena terlalu rinci
- Satuan karakterisasi bisa berupa hari, minggu, bulan
 - Variasi yang berbeda dalam pengiriman, penerimaan pembayaran dan lainnya dapat tergambarkan lebih rinci dalam hari
 - Performansi perusahaan lebih tepat jika dilihat per minggu
- Jika diasumsikan tidak ada pengalihan sisa (persediaan) dari minggu ke minggu lain, maka setiap minggu dapat diperlakukan secara bebas → memaksimalkan keuntungan selama interval waktu T ekuivalen untuk maksimasi keuntungan setiap minggu secara terpisah

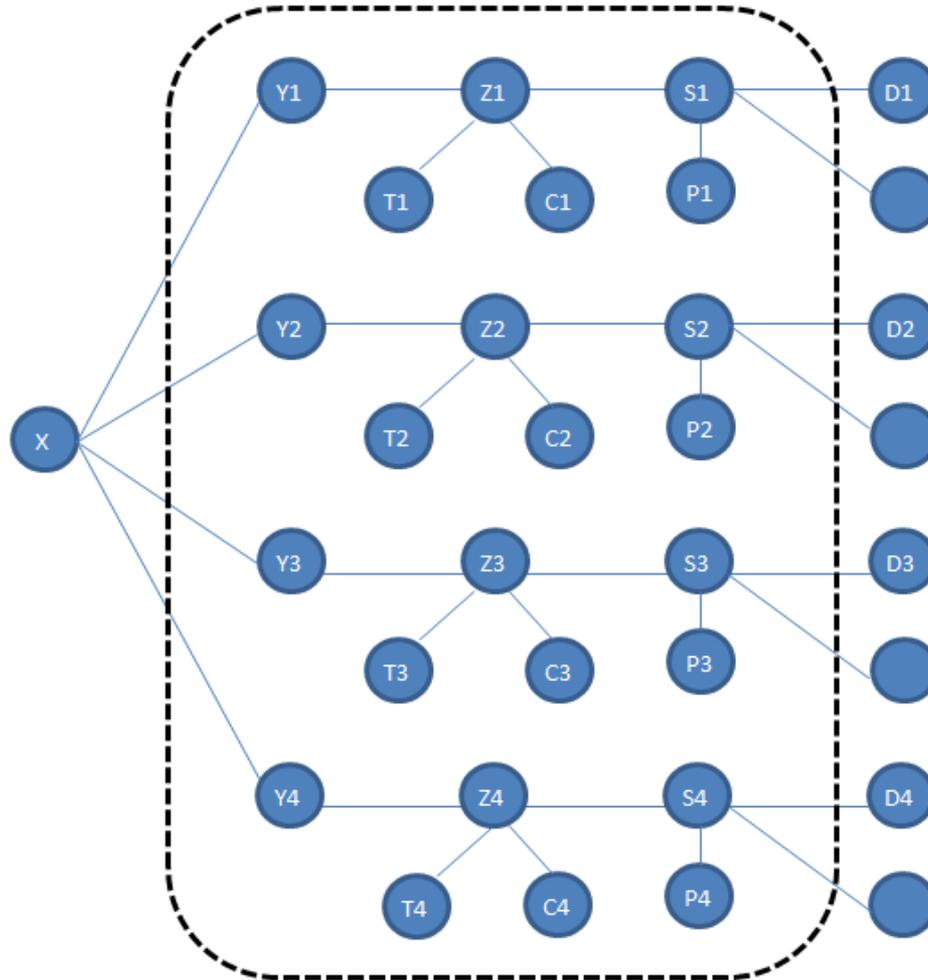
Model Deterministik: Karakterisasi Sistem (3)

- o Setiap minggu yang dapat diperlakukan bebas → sifat dinamis sistem dapat diabaikan dan memperlakukan operasi selama setiap minggu dengan menggunakan karakterisasi statis → sederhana
- o Notasi untuk mewakili nilai-nilai agregat mingguan
 - o X : jumlah susu yang dikirim ke perusahaan (liter)
 - o $Y1$: jumlah susu yang digunakan untuk produksi keju (liter)
 - o $Z1$: jumlah keju yang diproduksi (kg)
 - o $S1$: jumlah keju yang terjual (kg)
 - o $D1$: jumlah permintaan keju (kg)
 - o Cara yang sama untuk menentukan variabel yang berhubungan dengan mentega dan yoghurt.
 - o $Y4$: jumlah susu yang dijual menjadi susu segar olahan (liter)
 - o $D4$: permintaan susu segar olahan (liter)

Model Deterministik: Karakterisasi Sistem (4)

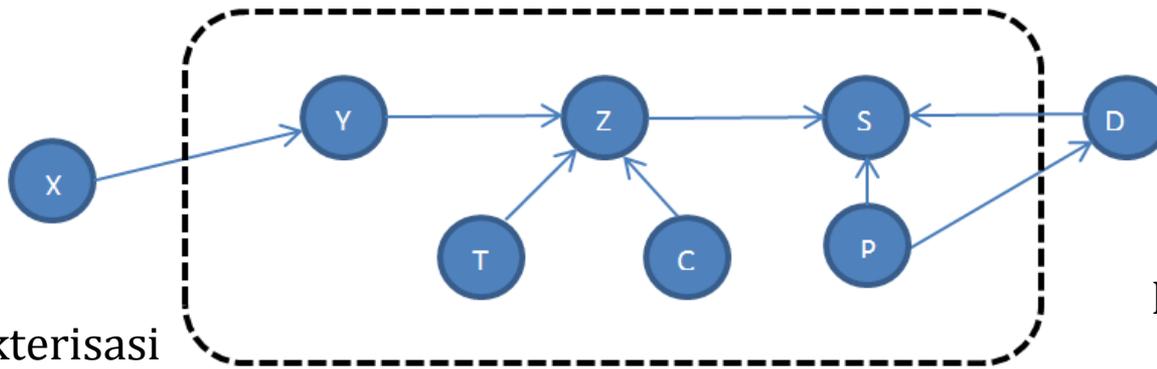
- Parameter sistem antara lain:
 - C_1 : biaya produksi satu satuan unit keju
 - P_1 : harga satu satuan unit keju
 - T_1 : banyaknya satuan susu yang dibutuhkan untuk memproduksi satu satuan keju
 - Cara yang sama untuk menentukan parameter yang berhubungan dengan mentega dan yoghurt
 - C_0 : biaya memproduksi satu satuan susu sebelum diolah

Model Deterministik: Karakterisasi Sistem (5)

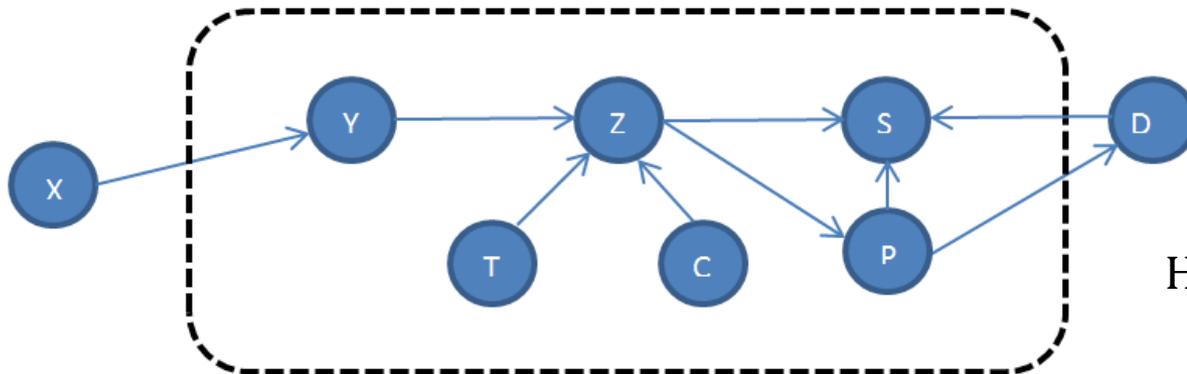


Model Deterministik: Karakterisasi Sistem (6)

Karakterisasi
Sistem
 Parsial



Harga jual tetap



Harga jual tidak tetap

Model Deterministik: Formulasi (1)

o Keju

o Produksi keju

$$Z1 = T1Y1$$

o Biaya produksi keju

$$C1Z1 = C1(T1Y1)$$

o Karena tidak ada pengalihan sisa, tidak ada keju lebih dari yang diminta

$$Z1 = T1Y1 \leq D1$$

o Mentega

o Produksi mentega

$$Z2 = T2Y2 \leq D2$$

o Biaya produksi mentega

$$C2Z2 = C2(T2Y2)$$

o Yoghurt

o Produksi yoghurt

$$Z3 = T3Y3 \leq D3$$

o Biaya produksi yoghurt

$$C3Z3 = C3(T3Y3)$$

Model Deterministik: Formulasi (2)

o Susu segar

o Produksi susu segar $Z_4 = T_4 Y_4 \leq D_4$

o Biaya produksi susu segar $C_4 Z_4 = C_4 (T_4 Y_4)$

o Biaya total

$$\sum_{i=1}^4 C_i T_i Y_i$$

o Pendapatan total

$$\sum_{i=1}^4 P_i Z_i = \sum_{i=1}^4 P_i T_i Y_i$$

o Kendala yang dimiliki

$$\sum_{i=1}^4 Y_i \leq X$$

o Biaya beli susu mentah

$$C_0 X$$

o Keuntungan diperoleh

$$\sum_{i=1}^4 (P_i - C_i) T_i Y_i - C_0 X$$

Model Deterministik: Formulasi (3)

o Fungsi tujuan maksimasi keuntungan

$$o \sum_{i=1}^4 (P_i - C_i) T_i Y_i - C_0 X$$

o Kendala

$$o Z_1 = T_1 Y_1 \leq D_1$$

$$o Z_2 = T_2 Y_2 \leq D_2$$

$$o Z_3 = T_3 Y_3 \leq D_3$$

$$o Z_4 = T_4 Y_4 \leq D_4$$

$$o \sum_{i=1}^4 Y_i \leq X$$

Terima kasih