
Formulasi Model Stokastik: Analisis Markov

Teori dan Pemodelan Sistem
TIP – FTP – UB

Pendahuluan

- Analisis Markov merupakan suatu teknik probabilita
 - Analisis Markov tidak memberikan keputusan rekomendasi, tetapi memberi informasi mengenai situasi keputusan yang dapat membantu pengambilan keputusan
 - Deskriptif, bukan teknik optimasi
 - Analisis Markov diterapkan terutama pada sistem yang menampilkan pergerakan probabilitas dari satu keadaan ke keadaan lainnya sepanjang waktu
-

Karakteristik Analisis Markov

- Sifat 1
 - Jumlah probabilita transisi untuk suatu awal keadaan dari suatu sistem tertentu sama dengan 1,0
 - Sifat 2
 - Probabilita-probabilita tersebut berlaku untuk semua partisipan dalam sistem
 - Sifat 3
 - Probabilita transisi berlaku konstan sepanjang waktu
 - Sifat 4
 - Keadaan yang terjadi merupakan keadaan yang independen sepanjang waktu
-

Matriks Transisi

- Probabilita pergerakan dari satu keadaan ke keadaan lainnya dapat ditampilkan dalam bentuk matriks
 - Matriks transisi menampilkan keadaan sekarang sistem di sisi kiri dan keadaan mendatang di sisi kanan
-

Permasalahan

- Sebuah komunitas dengan 7000 warga memiliki 2 buah bank, Bank A dan Bank B. Bank B melakukan penelitian yang menunjukkan terdapat probabilitas 0.7 bahwa pelanggan bank B akan melakukan transaksi lagi pada bank yang sama bulan berikutnya dan probabilitas 0.3 bahwa pelanggan akan bertransaksi dengan Bank A pada bulan berikutnya. Demikian halnya, pelanggan Bank A menunjukkan terdapat probabilitas 0.85 bahwa pelanggan bank A akan melakukan transaksi lagi pada bank yang sama bulan berikutnya dan probabilitas 0.15 bahwa pelanggan akan bertransaksi dengan Bank B pada bulan berikutnya. Berapa probabilitas keadaan di masa depan?
-

Karakterisasi Sistem (1)

- Sejumlah warga, dua bank, probabilitas transisi
 - Asumsi terkait keadaan sistem
 - Jumlah probabilitas sama dengan 1
 - Probabilitas berlaku untuk setiap nasabah
 - Probabilitas tidak berubah sepanjang waktu
 - Kejadian transaksi bersifat independen
 - Penggambaran keadaan dengan diagram pohon ketika transaksi dalam beberapa bulan
-

Karakterisasi Sistem (2)

■ Probabilitas pergerakan pelanggan

- $[A \ B] = [1 \ 0]$

- $[A \ B] = [0 \ 1]$

Bulan 1 Bulan 2

- $T = \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.85 & 0.15 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix} \longrightarrow \text{MATRIKS TRANSISI}$

■ Simbol analisis dengan matriks aljabar

- $A_a(i)$ = probabilitas pelanggan transaksi dengan Bank A pada periode ke- i dengan asumsi transaksi awal dengan Bank A

- $B_a(i)$ = probabilitas pelanggan transaksi dengan Bank B pada periode ke- i dengan asumsi transaksi awal dengan Bank A

Karakterisasi Sistem (3)

■ Probabilitas transaksi seorang pelanggan

- $A_a(1)=1 \rightarrow B_a(1)=0$

Probabilitas transaksi di bulan pertama

- $[A_a(1) \ B_a(1)] = [1 \ 0]$

Probabilitas transaksi di bulan kedua

- $[A_a(2) \ B_a(2)] = [1 \ 0] \begin{bmatrix} 0.85 & 0.15 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix} = [0.85 \ 0.15]$

Probabilitas transaksi di bulan ketiga

- $[A_a(3) \ B_a(3)] = [0.85 \ 0.15] \begin{bmatrix} 0.85 & 0.15 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}$

- $= [0.7675 \ 0.2325]$

Pemecahan Permasalahan

Menentukan probabilita Keadaan Tetap

$$[A \ B] = [A \ B] \begin{bmatrix} .85 & .15 \\ .3 & .7 \end{bmatrix}$$

$$A = .85A + .3B$$

$$B = .15A + .7B$$

$$A + B = 1.0$$

$$B = 1.0 - A$$

Substitusi

$$A = .85A + .3(1.0 - A)$$

$$A = .3 + .55A$$

$$A = .667$$

$$B = 1.0 - .667$$

$$B = .333$$

- Maka probabilita keadaan tetap adalah
[A B]=[.667 .333]

Pemecahan Permasalahan

Menentukan Jumlah Pelanggan Bank

- Bank A : $A(7000) = (.667)(7000) = 4669$
 - Bank B : $B(7000) = (.333)(7000) = 2331$
-