

FUNGSI

Matematika
FTP – UB



Pokok Bahasan

- Memproses bilangan
- Komposisi – fungsi dari fungsi
- Jenis fungsi



Pokok Bahasan

- Memproses bilangan
- Komposisi – fungsi dari fungsi
- Jenis fungsi



Memproses Bilangan

- Sebuah fungsi adalah sebuah proses yang menerima input, memproses input dan menghasilkan output
- Jika inputnya x dan fungsinya f maka outputnya $f(x)$
→ hasil fungsi f yang bertindak pada x



- Aksi fungsi f digambarkan sebagai $\wedge 2$ – mengangkat dengan 2

$$f(x) = x^2$$



Memproses Bilangan

- Fungsi merupakan aturan tetapi tidak semua aturan merupakan fungsi
 - Suatu fungsi variabel x merupakan suatu aturan yang menguraikan bagaimana suatu nilai variabel x tersebut dimanipulasi untuk menghasilkan suatu nilai variabel y
 - Aturan itu sering dinyatakan dalam bentuk persamaan $y=f(x)$ dengan syarat bahwa untuk sembarang input x terdapat nilai unik untuk y – fungsi ini disebut sebagai bernilai tunggal
 - Output berbeda berhubungan dengan input yang berbeda
 - Aturan lain mungkin tidak bernilai tunggal, contoh:
$$y = f(x) = x^{1/2}, \text{ that is } y = \pm\sqrt{x}$$
 - Aturan ini bukan sebuah fungsi

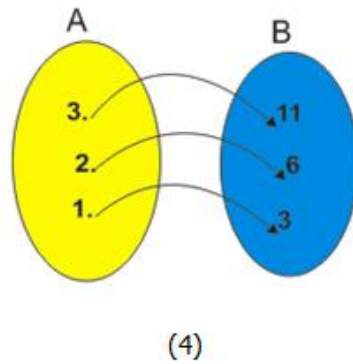
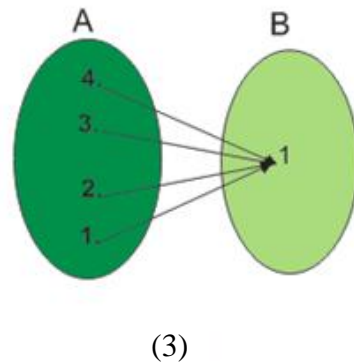
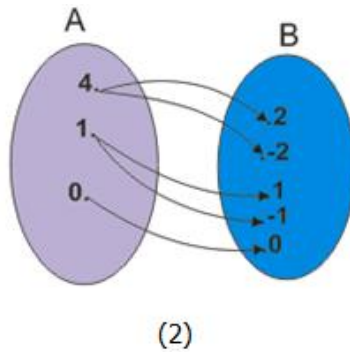
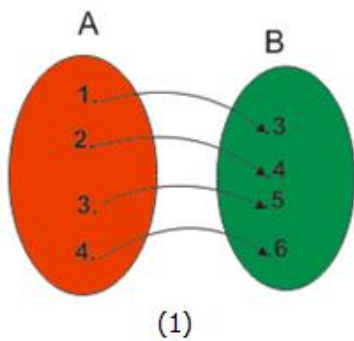


Memproses Bilangan

- Fungsi merupakan aturan tetapi tidak semua aturan merupakan fungsi
 - Semua angka input x yang dapat diproses oleh suatu fungsi secara bersama-sama disebut *domain* fungsi tersebut
 - Kumpulan semua bilangan y yang berkaitan dengan bilangan dalam domain itu disebut daerah nilai (atau *ko-domain*) fungsi tersebut
- Relasi dari himpunan A ke himpunan B disebut fungsi atau pemetaan, jika dan hanya jika setiap unsur dalam himpunan A berpasangan tepat dengan satu unsur dalam himpunan B



Memproses Bilangan



- Pada gambar 1, 3 dan 4 setiap anggota himpunan A mempunyai pasangan tepat satu anggota himpunan B. Relasi yang memiliki ciri seperti itu disebut fungsi atau pemetaan.
- Pada gambar 2 bukan fungsi karena ada anggota A yang punya pasangan lebih dari satu anggota B.



Memproses Bilangan

- Fungsi-fungsi dan operasi-operasi aritmatik
 - Fungsi-fungsi dapat dikombinasikan dengan bantuan operasi aritmatik asalkan dilakukan secara cermat di dalam domain persekutuanannya



Memproses Bilangan

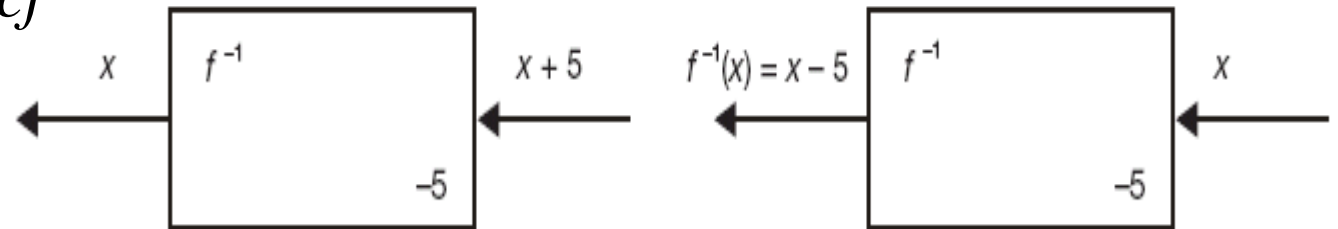
- Diberikan skalar real a dan fungsi-fungsi f dan g .
- Penjumlahan $f + g$, selisih $f - g$, hasil kali skalar $a \cdot f$, hasil kali $f \cdot g$, dan hasil bagi f / g masing-masing didefinisikan sebagai berikut:
 - $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
 - $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
 - $(af)(x) = a f(x)$
 - $(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)$
 - $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$, $g(x) \neq 0$



Memproses Bilangan

- Invers fungsi
 - Proses yang menghasilkan output pada fungsi dianggap reversibel sehingga apa yang telah dikonstruksi dapat pula didekonstruksi
 - Aturan yang menguraikan proses terbalik ini disebut invers fungsi yang dilabeli dengan:

f^{-1} or *arcf*



Memproses Bilangan

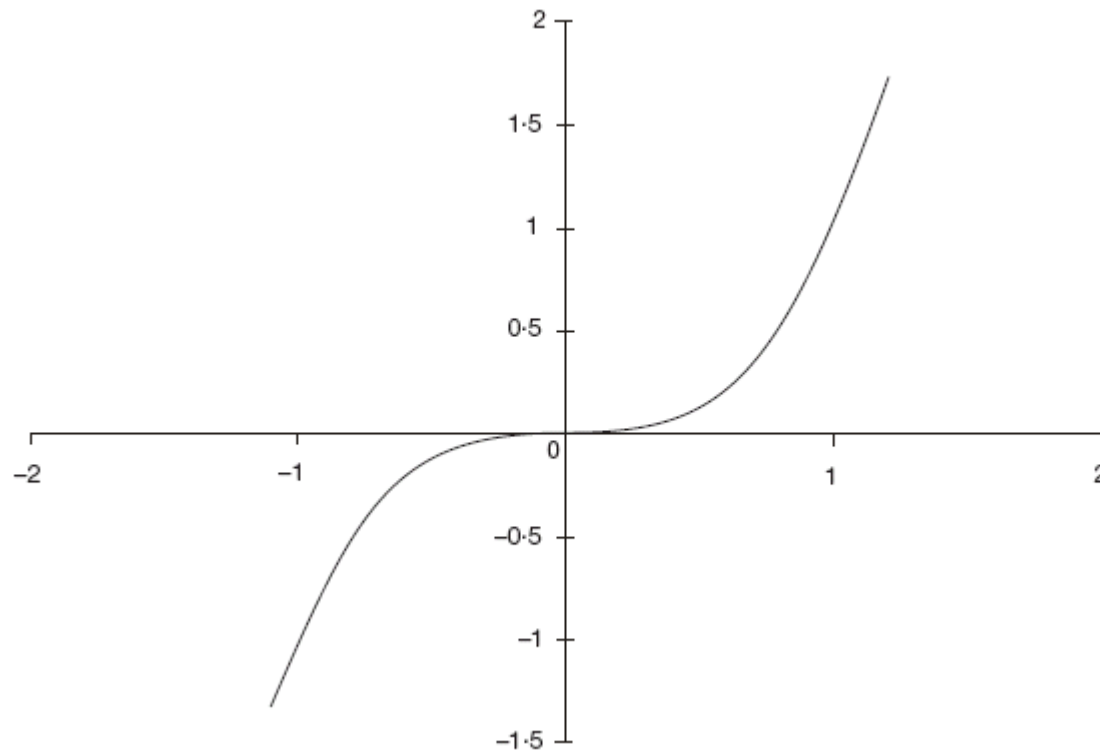
- Grafik invers

- Diagram invers suatu fungsi dapat dilukis dengan membalik aliran informasi dan ini sama dengan saling mempertukarkan isi setiap pasangan teratur (*ordered pair*) yang dihasilkan oleh fungsi tersebut
- Akibatnya, apabila pasangan teratur yang dihasilkan oleh invers suatu fungsi diplot, grafiknya akan mengambil bentuk fungsi aslinya tetapi cermin terhadap garis $y = x$



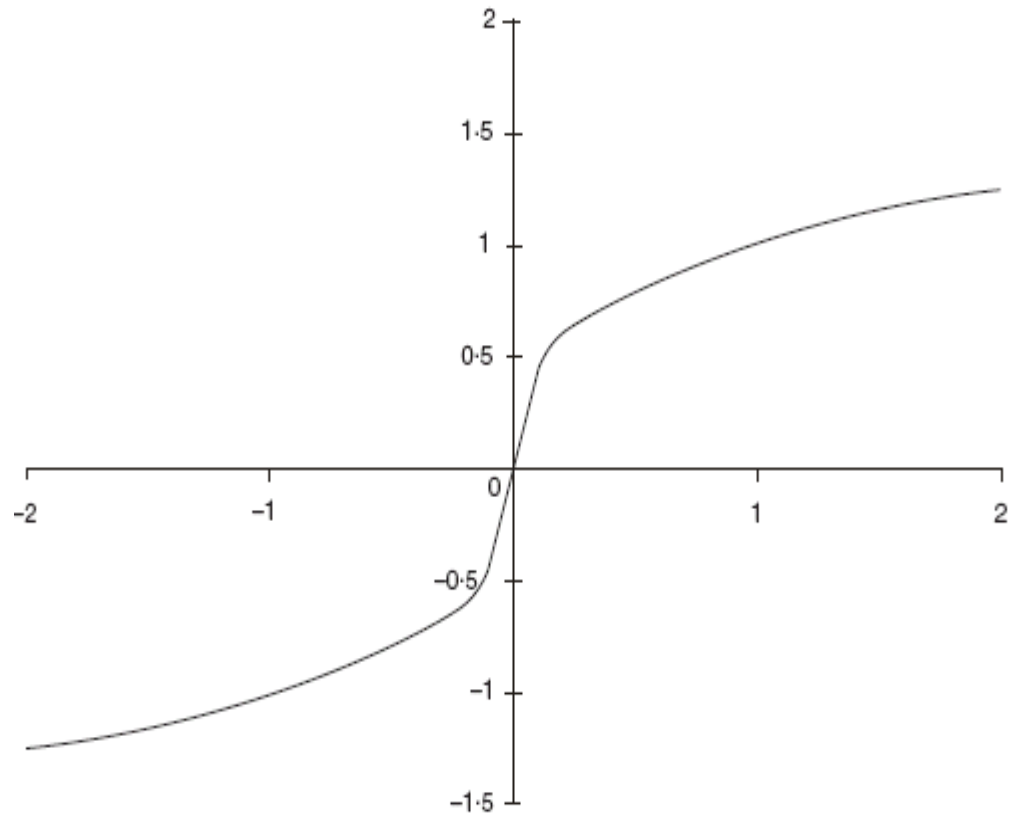
Memproses Bilangan

- Grafik $y = x^3$



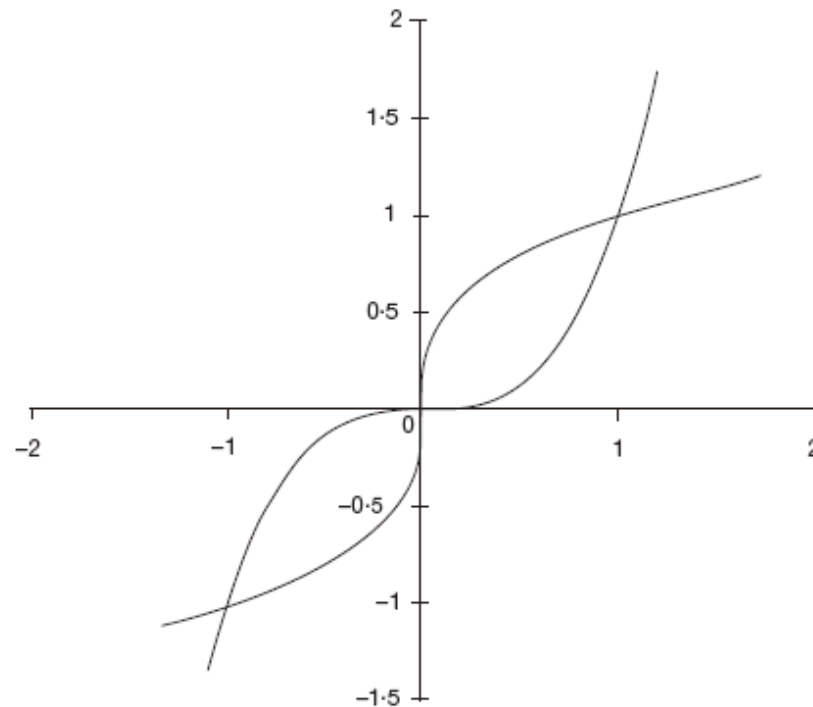
Memproses Bilangan

- Grafik $y = x^{1/3}$



Memproses Bilangan

- Grafik $y = x^3$ dan $y = x^{1/3}$ yang diplot sekaligus



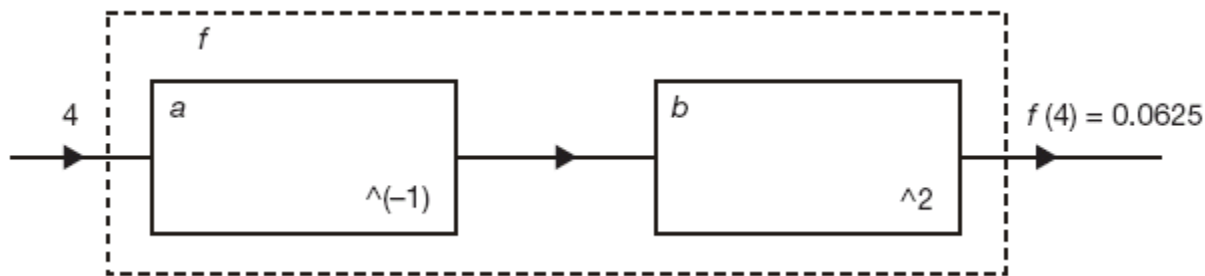
Pokok Bahasan

- Memproses bilangan
- Komposisi – fungsi dari fungsi
- Jenis fungsi



Komposisi – Fungsi dari Fungsi

- Untaian fungsi-fungsi dapat dibuat dimana output dari satu fungsi membentuk input ke fungsi berikutnya dalam untaian itu. Contoh:



- Fungsi f dikomposisi dari dua fungsi a dan b dimana:

$$a(x) = \frac{1}{x}, b(x) = x^2 \text{ and } f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \text{ where } f = b \circ a$$



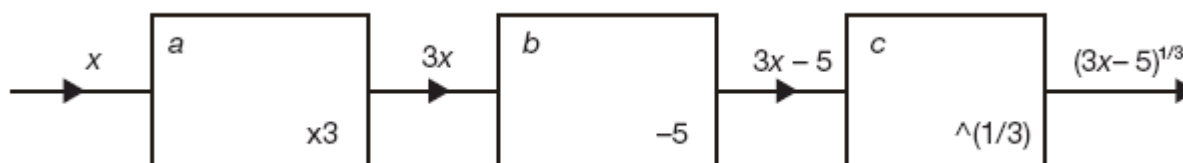
Komposisi – Fungsi dari Fungsi

- Invers-invers dari komposisi
 - Diagram invers suatu fungsi dapat digambar sebagai fungsi dengan informasi yang mengalir melalui fungsi tersebut dalam arah yang terbalik

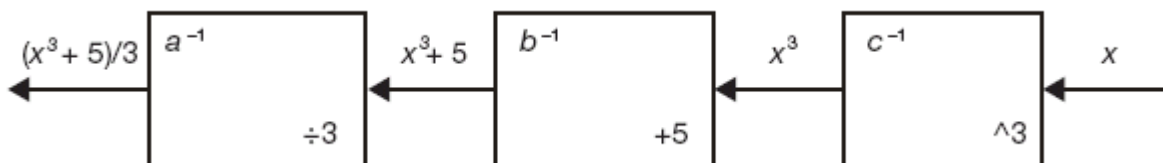


Komposisi – Fungsi dari Fungsi

- Invers-invers dari komposisi



$$a(x) = 3x, b(x) = x - 5, c(x) = x^{\frac{1}{3}} \text{ dan}$$
$$f(x) = c(b[a(x)]) = (3x - 5)^{\frac{1}{3}}$$



$$a^{-1}(x) = \frac{x}{3}, b^{-1}(x) = x + 5, c^{-1}(x) = x^3 \text{ dan}$$
$$f^{-1}(x) = a^{-1}(b^{-1}[c^{-1}(x)]) = \frac{x^3 + 5}{3}$$



Contoh

- Diketahui:
- $a(x)=7x$
- $b(x)=2+x$
- $c(x)=x^3$
- $d(x)=4/x$
- $e(x)=x/6$
- Carilah:
- $f(x)=b(c[b(e[a(x)])])$
- $f^{-1}(x)$
- $f(x)+f^{-1}(x)$



Pokok Bahasan

- Memproses bilangan
- Komposisi – fungsi dari fungsi
- Jenis fungsi



Beberapa Jenis Fungsi

1. **Fungsi Polinom(suku banyak)** : $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$
2. **Fungsi Rasional** : $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$

dengan $p(x)$ dan $q(x)$ merupakan fungsi polinom , dan $q(x) \neq 0$.

3. **Fungsi Banyak Aturan** : $f(x) = \begin{cases} g_1(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ g_n(x) \end{cases}$

4. **Fungsi Genap dan Fungsi Ganjil** :
 $f(x)$ disebut fungsi genap bila $f(-x) = f(x)$ [grafik fungsi genap simetris terhadap sumbu y]
 $f(x)$ disebut fungsi ganjil bila $f(-x) = -f(x)$ [grafik fungsi ganjil simetris terhadap titik asal koordinat]

Beberapa Jenis Fungsi

5. Fungsi Trigonometri :

$$f(x) = \sin x ;$$

$$f(x) = \csc x$$

$$f(x) = \cos x ;$$

$$f(x) = \sec x$$

$$f(x) = \tan x ;$$

$$f(x) = \cot x$$

6. Fungsi periodik :

- Fungsi $f(x)$ disebut periodik dengan perioda p jika $f(x+p) = f(x)$.

7. Fungsi Nilai Mutlak

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

8. Fungsi *Floor* dan *Ceiling*

9. Fungsi Logaritmik

- Fungsi logaritmik berbentuk

$$\leftrightarrow x = a^y$$



Hasil Pembelajaran

- Mengidentifikasi suatu fungsi sebagai suatu aturan dan mengenal aturan yang bukan fungsi
- Menentukan domain dan daerah nilai suatu fungsi
- Mengkonstruksi invers suatu fungsi dan melukis grafiknya
- Mengkonstruksi komposisi fungsi dan mendekonstruksi fungsi itu menjadi fungsi-fungsi komponennya



Referensi

- Stroud, KA & DJ Booth. 2003. *Matematika Teknik*. Erlangga. Jakarta

